

Edukacja matematyczna na poziomie akademickim na kierunkach ścisłych i technicznych w dobie technologii mobilnych i sztucznej inteligencji

Tekst 1

Przykłady, że edukacja matematyczna w kształceniu ścisłym i technicznym ma ogromne znaczenie, a wpływ błędów w tej dziedzinie na życie przeciętnego człowieka jest duży, można mnożyć. Przypomnijmy, że wczesne wersje mikroprocesorów Pentium w pewnych okolicznościach zmniejszały dokładność części obliczeń. Wynikało to z problemów z jednostką zmiennoprzecinkową. Początkowo Intel starał się to zatuszować, lecz gdy sprawa wyszła na jaw w 1994 roku, zgodził się wymienić wadliwy chip każdemu, kto zgłosi się do firmy.

Przykład z innej dziedziny – jeden z największych holdingów finansowych na świecie JP Morgan Chase na swoich operacjach stracił w 2012 roku blisko 6 mld dolarów. Była to wina nie tylko słabego nadzoru. Do porażki aktywnie przyczyniły się źle opracowane arkusze kalkulacyjne. W czasie implementacji nowego modelu szacowania ryzyka osoba odpowiedzialna za przygotowywanie obliczeń z arkuszy kalkulacyjnych popełniła błąd – zamiast podzielić nowe i stare współczynniki ryzyka przez ich średnią, podzieliła je przez sumę. Raport senatu USA stwierdził, że z powodu tej pomyłki zmienność nowych kalkulacji była zaniżona a ryzyko transakcji niedoszacowane.

Tekst 2

Planowanie zakresu osiągniętych przez studentów efektów uczenia się z matematyki opierane jest na wymaganiach ogólnych i szczegółowych ujętych w podstawie programowej w szkołach oraz na wynikach matur (Dolata i Sitek, 2015). Wyniki matur są przepustką do studiowania na wielu kierunkach. Egzamin z matematyki na poziomie podstawowym jest w Polsce egzaminem obowiązkowym. To oznacza, że muszą przystąpić do niego wszyscy maturzyści. Aby go zdać, należy uzyskać 30% punktów możliwych do zdobycia. Egzamin na poziomie rozszerzonym może zostać wybrany przez maturzystę jako egzamin dodatkowy. Wynik egzaminu z matematyki na poziomie rozszerzonym – podobnie jak z innych przedmiotów dodatkowych – nie ma wpływu na zdanie matury i zostanie tylko odnotowany na świadectwie maturalnym (jest brany pod uwagę przez niektóre uczelnie podczas rekrutacji). Co za tym idzie nie można

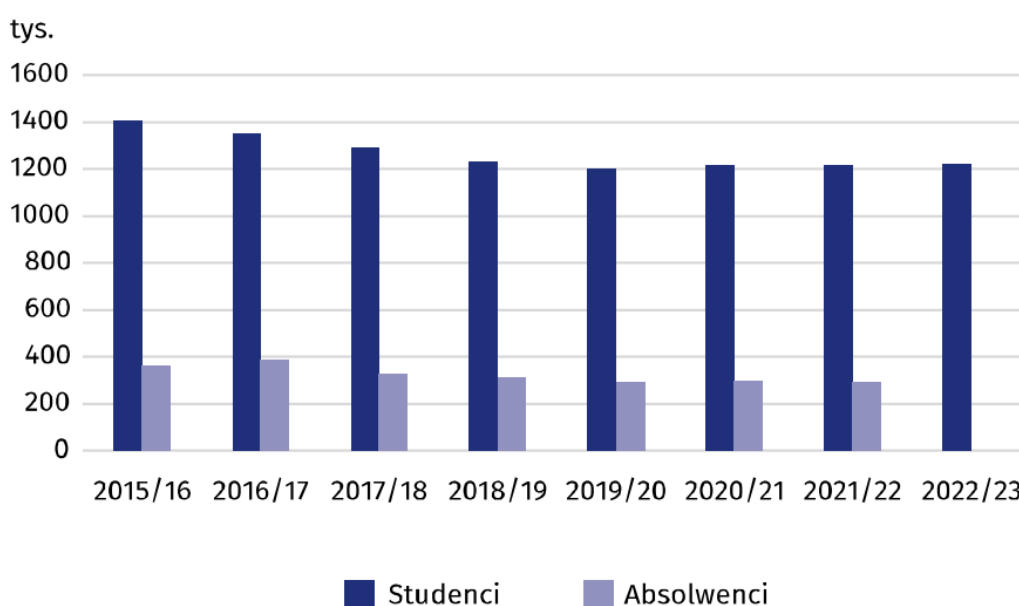
porównywać średniego wyniku matur podstawowych z rozszerzonymi. Podczas egzaminu maturalnego (na obu poziomach) można korzystać z zestawu wzorów matematycznych oraz kalkulatora prostego (czyli pozwalającego tylko na wykonywanie działań: dodawania, odejmowania, mnożenia, dzielenia, wyciągania pierwiastka z liczb i obliczania procentów). Centralna Komisja Egzaminacyjna prezentuje wyniki matur m.in. procentowo, w centylach, w skali staninowej.

Zwróćmy uwagę, że średnie wyniki egzaminu maturalnego w latach 2015–2022 na poziomie podstawowym wahały się pomiędzy 51 a 58%. Uczelnie wskazują na rozdzźwięk pomiędzy efektami wyznaczonymi przez podstawę programową w szkołach a faktycznym stanem wiedzy i umiejętności matematycznych uczniów. Odnotowano wzrost średniej wyników matur z matematyki na poziomie podstawowym w formule z roku 2023. Dodajmy, że w tym roku wzrosła również zdawalność matury. Egzamin z matematyki na poziomie podstawowym w terminie głównym zdało w formule 2023 aż 94 procent maturzystów (80 procent w formule 2015). W roku 2022 w terminie głównym było to natomiast 82 procent.

Rysunek 1

Liczba studentów i absolwentów uczelni (łącznie z cudzoziemcami) na przestrzeni lat 2015–2023

Wykres 1. Studenci i absolwenci uczelni (łącznie z cudzoziemcami)



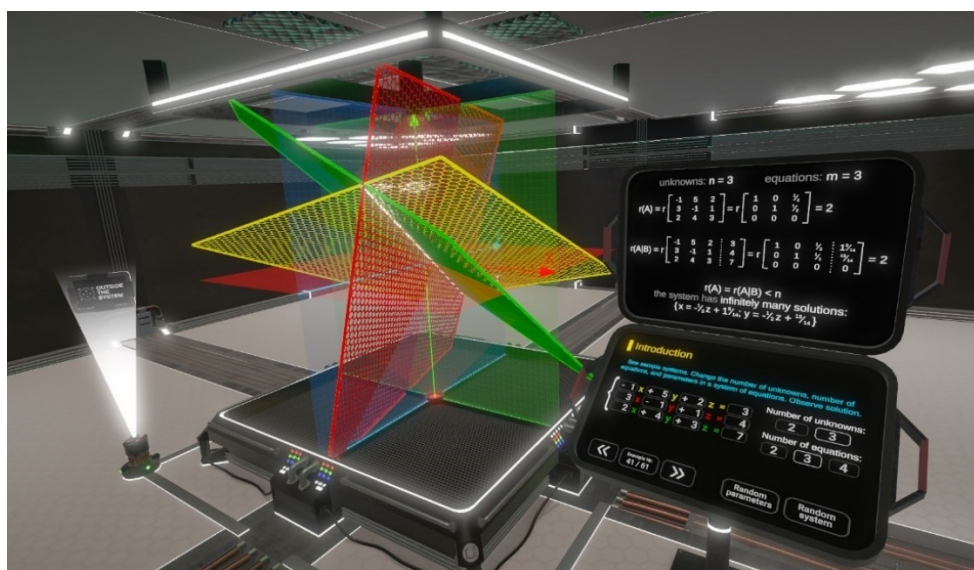
Źródło: Szkolnictwo wyższe w roku akademickim 2022/2023(wyniki wstępne), GUS, 15 czerwca 2023

(https://stat.gov.pl/files/gfx/portalinformacyjny/pl/defaultaktualnosci/5488/8/9/1/szkolnictwo_wyzsze_w_roku_akademickim_2022-2023_-_wyniki_wstepne.pdf).

Opublikowane 15 czerwca 2023 roku przez Główny Urząd Statystyczny wstępne dane dotyczące szkolnictwa wyższego pokazują, że w ostatnich latach spadała liczba osób podejmujących studia, a wzrost odnotowany w ostatnim roku był niewielki: „W latach akademickich 2015/16–2019/20 liczba studentów zmniejszyła się z 1405,1 tys. do 1204,0 tys., po czym liczba studentów zaczęła wzrastać i w roku akademickim 2022/23 wyniosła 1223,6 tys. osób” (GUS, 2023).

Rysunek 2

Przykład możliwości włączenia VR do zajęć z algebry



Uwaga. W centralnej części zdjęcia: wizualizacja układu równań liniowych, po prawej – równocześnie przekształcenia algebraiczne wskazujące na wartość rzędu macierzy głównej i uzupełnionej. Widoczne są możliwości modyfikacji równań przez użytkownika, a co za tym idzie zmian w interpretacji geometrycznej układu.

Źródło: Projekt: Mathematical Models for Teaching Three-Dimensional Geometry Using Virtual Reality. Kierownik projektu: dr Jacek Stańdo, prof. PŁ. Autor zrzutu okna aplikacji w

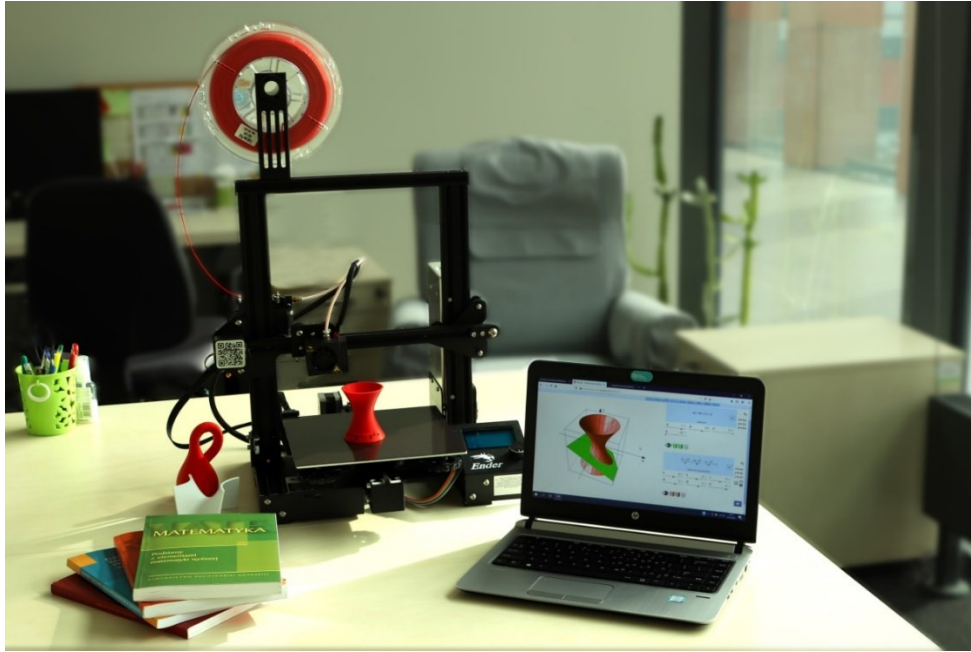
VR: Robert Trzosowski, Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki Politechniki Gdańskiej.

Tekst 3

Zmienia się sposób percepcji młodych ludzi, ich uwaga i koncentracja są często bardzo kruche, a podejmowane przez nich działania wymagają natychmiastowej nagrody. Tu z pomocą może przyjść wdrażanie koncepcji na podstawie technologii wykorzystywanych na rynku komercyjnym, np. przyjazne dla użytkownika programy i aplikacje wspomagające pracę i wspierające oraz monitorujące proces osiągania celów, przyciąganie i zatrzymywanie uwagi użytkownika poprzez grywalizację (punkty lojalnościowe, możliwość dostępu do produktów promocyjnych) czy koncepcje wykorzystywane w handlu typu phygital. Phygital to połączenie dwóch słów: fizyczny i cyfrowy, czyli oznacza połączenie świata tradycyjnego z możliwościami nowych technologii. Najważniejsze jest to, że w teorii phygital nie chodzi tylko o kopiowanie rzeczy, które znamy z rzeczywistości offline i przenoszenie ich do świata cyfrowego. Chodzi o dostosowywanie tego, co zainteresowało odbiorców w środowisku wirtualnym i wprowadzanie do użycia w realu. Aplikacje tworzone zgodnie z koncepcją phygital mają na celu osiągnięcie wysokiej jakości doświadczeń użytkownika tak, aby rzeczywistość i wirtualna rzeczywistość stanowiły spójną przestrzeń. Przykładem mogą być zajęcia polegające na rozwiązaniu rzeczywistego problemu z wykorzystaniem wizualizacji 3D i pokazanie, jak wyznaczone rozwiązanie funkcjonuje w świecie rzeczywistym (Medina Herrera i in., 2019).

Rysunek 3

Sala zajęciowa Centrum Matematyki PG (wykorzystanie oprogramowania MATLAB oraz strony Wirtualne Laboratoria Matematyczne (<https://enauczanie.pg.edu.pl/lab/plot3d/>) do wydrukowania wizualizacji powierzchni na drukarce 3D



Źródło: fot. Łukasz Stępiak, zasoby Centrum Matematyki Politechniki Gdańskiej.

Tekst 4

Należy zwrócić uwagę, że technologię stanowią jedynie nowoczesne narzędzia możliwe do wykorzystania w pracy dydaktycznej, ale nie przesądzają one o nowoczesności kształcenia. Innowacja pedagogiczna może obejmować całą strukturę systemu szkolnego lub jej ważne elementy. Zatem innowacje ze względu na zastosowanie formalnych wymagań związanych z ich wdrożeniem można podzielić na innowacje programowe (dotyczące programów zajęć), organizacyjne (dotyczące organizacji kształcenia, wychowania lub opieki) oraz metodyczne (dotyczące metod pracy dydaktycznej, wychowawczej lub opiekuńczej). Wszelkie innowacje powinny inicjować konstruktywne zmiany w myśleniu, emocjach i zachowaniu uczącego się (Stańdo i Spławska-Murmyło, 2017).

Tekst 5

Ma to przełożenie na mechanizmy technologiczne wspierające rozwiązywanie zagadnień matematycznych. Na przykład Theano jest biblioteką Pythona, która umożliwia użytkownikom szybkie i łatwe opracowywanie, optymalizację i ocenę złożonych modeli głębokiego uczenia się. Uczenie głębokie bazuje na warstwach tzw. sieci neuronowych, które są algorytmami modelowanymi w przybliżeniu do sposobu działania ludzkich mózgow. Trening z dużą liczbą danych konfiguruje neurony w sieci neuronowej. Wynikiem takiego treningu jest model

uczenia głębokiego, który po przeszkoleniu przetwarza nowe dane. Jest to biblioteka typu open source opracowana przez Uniwersytet w Montrealu. Theano pozwala na definiowanie, optymalizowanie i ocenianie wyrażeń matematycznych (takich jak wielowymiarowe tablice oraz macierze). Umożliwia też wykonywanie szybkich obliczeń oraz trenowanie algorytmów głębokiego uczenia. Inną, obecnie popularną biblioteką, jest Tensorflow lub jej odmiana Keras, która wykorzystuje obliczenia grafowe, co pozwala na lepsze wizualizowanie budowanej sieci neuronowej, dzięki czemu można łatwiej znajdować błędy. Inna opcja uczenia własnych sieci neuronowych przy użyciu jedynie Pythona to stosowanie jego biblioteki matematycznej NumPy. Daje to możliwość samodzielnego zbudowania sieci neuronowej głębokiego uczenia, która pozwala na zrozumienie jak działa rozpoznawanie obrazów, tłumaczenie tekstów na różne języki, a nawet pisanie tekstów literackich.

Oto trzy pomysły na to, jak ChatGPT może wspierać nauczycieli i uczących się w zakresie edukacji matematycznej na różnych etapach edukacji:

- nauczyciel początkowych klas szkoły podstawowej może poprosić ChatGPT o zaoferowanie strategii w „rozumieniu pojęcia liczby wśród uczniów drugiej klasy” lub „wykonywania działań związanych z szacowaniem”,
- nauczyciel technikum może poprosić ChatGPT o „tworzenie rzeczywistych scenariuszy problemów matematycznych dotyczących wykorzystania matematyki w inżynierii” lub zawęzić obszar zainteresowania i zająć się różnymi dziedzinami lub umiejętnościami takimi jak analiza danych, objętość, modele skalowane,
- nauczycielom akademickim ChatGPT może zaoferować niestandardowe pomysły na projekty, dzięki którym studenci wykażą się zrozumieniem określonej koncepcji matematycznej (np. „Jakie są związki teorii szeregów Fouriera z próbami rozwiązywania równania falowego i równania ciepła?”).

Rysunek 4

Przykład pytania z języka polskiego wraz z wygenerowaną przez ChatGPT 3.5 błędną odpowiedzią oraz przykład polecenia z zakresu matematyki wraz z wygenerowaną przez ChatGPT 3.5 poprawną odpowiedzią



You

Jaka jest strona bierna czasownika "obejść"? Pokaż wykorzystanie tego czasownika w zdaniach.




ChatGPT


Czasownik "obejść" w stronie biernej brzmi "być obejśmionym". Oto kilka przykładów zastosowania tego czasownika w zdaniach:

1. Przeszkody zostały obejśmione, dzięki czemu udało się dotrzeć na czas.
2. Plan został obejśmiony przez nieoczekiwane trudności.
3. Pomimo trudności, wszystko zostało dobrze obejśmione i zrealizowane zgodnie z harmonogramem.
4. Projekt został obejśmiony przez nowe przepisy prawne.
5. Trudne sytuacje mogą być lepiej obejśmione, gdy jesteśmy przygotowani.

W tych przykładach "obejśmione" jest formą strony biernej czasownika "obejść".



 **You**
W zbiorze liczb zespolonych rozwiąż równanie $z^4 - 1 = 0$ i wynik przedstaw w postaci algebraicznej.

 **ChatGPT**
Rozwiązanie równania $z^4 - 1 = 0$ można znaleźć, faktoryzując lewą stronę równania. Zauważmy, że lewa strona to różnica kwadratów, a konkretnie kwadratu sumy i kwadratu różnicy:

$$z^4 - 1 = (z^2 - 1)(z^2 + 1)$$

Teraz rozwiązujemy każdy z tych czynników:

- $z^2 - 1 = 0$ daje rozwiązania $z = 1$ oraz $z = -1$.
- $z^2 + 1 = 0$ nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych, ale możemy skorzystać z liczb zespolonych i użyć jednostki urojonej i . Równanie to można przekształcić do postaci $z^2 = -1$, co daje rozwiązania $z = i$ oraz $z = -i$.

Stąd otrzymujemy cztery rozwiązania:

$$z = 1, \quad z = -1, \quad z = i, \quad z = -i$$

Wszystkie te liczby są pierwiastkami równania $z^4 - 1 = 0$. Możemy również przedstawić te liczby w postaci algebraicznej:

- $z = 1$ (już jest w postaci algebraicznej).
- $z = -1$ (już jest w postaci algebraicznej).
- $z = i$ - postać algebraiczna to $z = 0 + i$.
- $z = -i$ - postać algebraiczna to $z = 0 - i$.

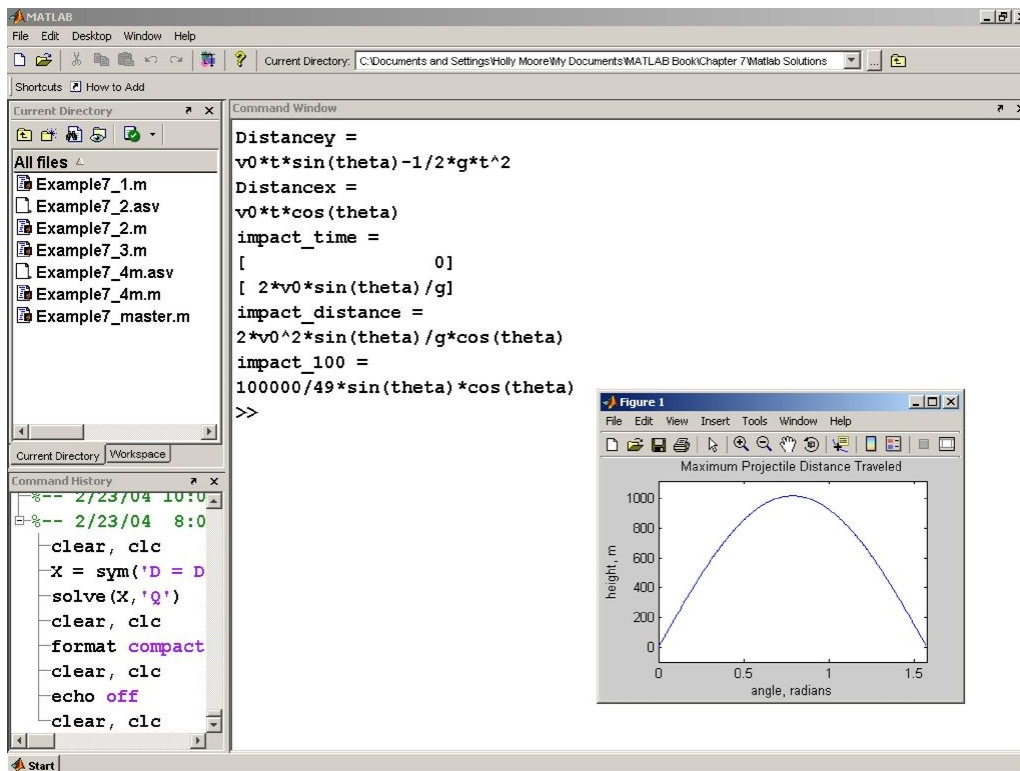
Podsumowując, rozwiązania w postaci algebraicznej to:

$$z = 1, \quad z = -1, \quad z = i, \quad z = -i$$

Źródło: <https://chat.openai.com/> Zasoby własne wygenerowane przez ChatGPT 3.5 dnia 15.10.2023.

Rysunek 5

Przykład wprowadzenia polecenia celem otrzymania rozwiązania zadania oraz wizualizacji za pomocą oprogramowania MATLAB

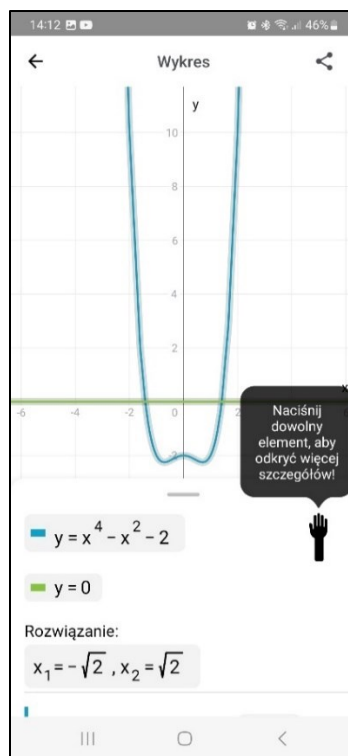
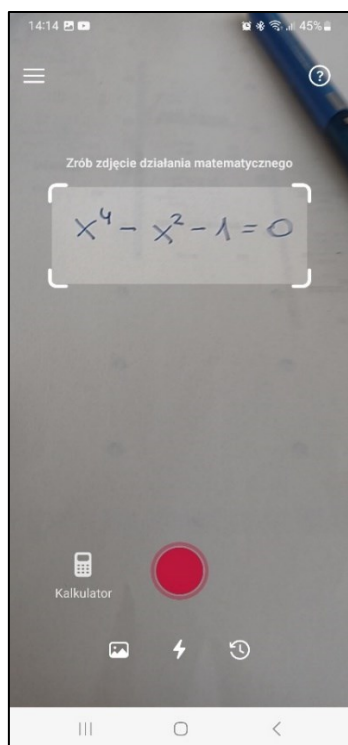


Źródło:

https://www.mathworks.com/help/matlab/mathematics.html?s_tid=srchtitle_site_search_1_mathematiCS

Rysunek 6

Przykłady rozwiązania krok po kroku zadań z wykorzystaniem aplikacji Photomath



Przytnij, dopasowując rogi

$$\int \frac{5x+2}{x^2} dx$$

KROKI ROZWIĄZANIA

Oblicz całkę

$$\int \frac{5x+2}{x^2} dx$$

↓ Oblicz

$$5\ln(|x|) - \frac{2}{x} + C, C \in \mathbb{R}$$

Pokaż etapy rozwiązywania →

Kroki rozwiązania

$$\int \frac{5}{x} dx + \int \frac{2}{x^2} dx$$

Oblicz całkę wiedząc, że

$$\int \frac{a}{x} dx = a \times \ln(|x|)$$

$$5\ln(|x|) + \int \frac{2}{x^2} dx$$

$$5\ln(|x|) - \frac{2}{x}$$

Dodaj $C \in \mathbb{R}$

Rozwiązanie

$$5\ln(|x|) - \frac{2}{x} + C, C \in \mathbb{R}$$

Dalej

Uwaga. W pierwszym etapie zainstalowano aplikację na smartfonie (tutaj z systemem Android), w kolejnym wykonano zdjęcie odręcznie zapisanej treści zadania. Aplikacja automatycznie generuje odpowiedź oraz umożliwia wyświetlenie dodatkowych informacji związanych z wyjaśnieniem poszczególnych etapów rozwiązania.

Źródło: zadanie własne rozwiązane za pomocą Photomath na telefonie z systemem Android <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.microblink.photomath&hl=pl&gl=US&pli=1>.

Tekst 6

W przypadku nauczyciela akademickiego wykorzystywanie tego typu rozwiązań wymaga zmierzenia się z problemem związanym z wyznaczeniem efektów uczenia się, oceną zrozumienia przez studenta koncepcji matematycznych oraz wykorzystaniem ich w szerszym kontekście powiązonym z możliwościami zastosowania zagadnienia w innych działach matematyki czy techniki. Kluczowe znaczenie ma zapewnienie jakości treści generowanych przez sztuczną inteligencję. Oznacza to, że nauczyciele muszą walidować i weryfikować poprawność ćwiczeń i rozwiązań generowanych przez sztuczną inteligencję, aby zapobiegać błędom w osiągnięciu efektów uczenia się. Na przykład w roku 2023 ChatGPT słabo radził sobie z geometrią (Quintanilla, 2023). Przy wdrażaniu AI pojawia się też kwestia prywatności i bezpieczeństwa danych. Niezbędne jest zabezpieczenie danych osobowych studentów i zapewnienie, że systemy sztucznej inteligencji przestrzegają przepisów dotyczących prywatności.

Oczekuje się, że kolejne aktualizacje ChatGPT pozwolą obsługiwać bardziej skomplikowane obliczenia i będą dostarczać bardziej precyzyjnych odpowiedzi.

Rysunek 7

Treść zadania wygenerowanego przez ChatGPT



You

Napisz przykładowe zadanie na geometryczne zastosowanie całki oznaczonej:

STYL: Akademicki

TON: Profesjonalny i precyzyjny

DŁUGOŚĆ: Pełna treść polecenia oraz rozwiązanie.

DODATKOWE PARAMETRY: Wysoki stopień trudności i uzasadnienie dla prawidłowej odpowiedzi.



ChatGPT

Zadanie: Całka oznaczona w geometrii analizy matematycznej

Rozważmy funkcję określoną na przedziale $[0, 2]$ według wzoru $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$. Funkcja ta reprezentuje krzywą w układzie współrzędnych. Znajdź pole powierzchni ograniczonej przez krzywą, oś OX oraz proste $x = 0$ i $x = 2$.

1. Opis geometrii:

- Krzywa $y = f(x)$ dla x z przedziału $[0, 2]$ jest ograniczona przez oś OX oraz proste $x = 0$ i $x = 2$.
- Oszacuj pole powierzchni ograniczonej przez krzywą i oś OX na danym przedziale.

2. Zastosowanie całki oznaczonej:

- Zdefiniuj całkę oznaczoną $\int_0^2 (2x^3 - 3x^2 + 1) dx$ jako narzędzie matematyczne do obliczenia powierzchni pod krzywą na przedziale $[0, 2]$.
- Uzasadnij, dlaczego wartość tej całki reprezentuje pole powierzchni ograniczonej przez krzywą $y = f(x)$, oś OX oraz proste $x = 0$ i $x = 2$.

3. Zadanie:

- Oblicz całkę oznaczoną $\int_0^2 (2x^3 - 3x^2 + 1) dx$ przy użyciu odpowiednich technik całkowania.
- Podaj dokładną wartość oraz jednostki miary powierzchni ograniczonej przez krzywą $y = f(x)$, oś OX oraz proste $x = 0$ i $x = 2$.

4. Stopień trudności:

- Zadanie to wymaga zastosowania reguły trzech trapezów lub innych technik całkowania do znalezienia dokładnej wartości całki oznaczonej.
- Uzasadnij, dlaczego korzystanie z całki oznaczonej jest kluczowe w kontekście obliczania powierzchni ograniczonej przez krzywą w tym konkretnym przypadku.

Rozwiązanie:

$$\text{Powierzchnia} = \int_0^2 (2x^3 - 3x^2 + 1) dx$$

$$\text{Powierzchnia} = \left[\frac{1}{2}x^4 - x^3 + x \right]_0^2 = \frac{1}{2}(2^4) - 2^3 + 2 - (0)$$

$$\text{Powierzchnia} = 8 - 8 + 2 = 2$$

Jednostki miary powierzchni będą kwadratowe jednostki używane dla x i y .

Ostatecznie, pole powierzchni ograniczonej przez krzywą $y = f(x)$, oś OX oraz proste $x = 0$ i $x = 2$ wynosi 2 jednostki kwadratowe.

Uwaga. Dodano elementy pytania (tzw. promptu), które dostosowują odpowiedź do wymagań użytkownika wydającego polecenie.

Źródło: <https://chat.openai.com/> Zasoby własne wygenerowane przez ChatGPT 3.5 dnia 5.10.2023.

Rysunek 8

Zadanie generatorowe wymagające od studenta kilkietapowego wykazania się rozumieniem rozwiązania przykładu (temat: badanie zbieżności szeregu liczbowego)

Exercise 3

Uzupełnij. Szereg $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{3n^3+4}$ jest ▼ na mocy kryterium

porównawczego, ponieważ

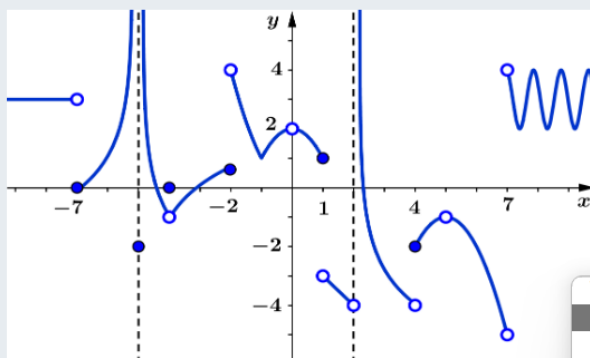
$$\frac{2n+5}{3n^3+4} \text{ ▼ } \frac{\text{} n}{\text{} n^3} = \text{} n \text{ }$$

Źródło: *Trajektorie i walidacja efektów uczenia się w kontekście Polskiej Ramy Kwalifikacji* (s. 366), J. Stańdo, 2019, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej.

Rysunek 9

Zadanie z eTestów z matematyki dla studentów Politechniki Gdańskiej

Rysunek przedstawia wykres funkcji $f(x)$.



Uzupełnij zdania na podstawie podanych warunków:

Funkcja $f(x)$ ma nieciągłość pierwszego rodzaju typu "luka" w punkcie $x_0 =$

Funkcja $f(x)$ ma nieciągłość drugiego rodzaju w punkcie $x_0 =$

Funkcja $f(x)$ jest prawostronnie ciągła w punkcie $x_0 =$

Funkcja $f(x)$ ma nieciągłość pierwszego rodzaju typu "skok" w punkcie $x_0 =$

Wybierz...

- 5
- 7
- 0
- 2
- 7
- 5
- 4

Wybierz... ▾

Wybierz... ▾

Wybierz... ▾

Uwaga. Treść generowanych przykładów utrudnia automatyczne wyznaczenie rozwiązania np. za pomocą aplikacji Photomath.

Źródło: Zasoby Centrum Matematyki Politechniki Gdańskiej na platformie eNauczenie PG.

Rysunek 10

Sformułowane tradycyjnie zadanie (zestaw zadań udostępniony studentom w postaci pliku PDF oraz rozwiązanie jednego z przykładów zestawu wygenerowane za pomocą aplikacji Photomath, Wolfram Alpha oraz Symbolab Math Solver

Wyznacz promień zbieżności szeregów i zbadaj ich zbieżność na końcach przedziału zbieżności:

d1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$;

d2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{1+2^n}$;

d3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{3^{n+1}\sqrt{n}}$;

d4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$;

d5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3n-1}$;

d6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n} x^n$;

d7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!} (x+2)^n$;

d8) $\sum_{n=1}^{\infty} n(x-1)^n$;

d9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{7^n} (x+5)^n$;

d10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(2n-1)2^n}$;

d11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n(2x+3)^n}{n}$;

d12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3n-2}$;

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3n-2}$;

KROKI ROZWIĄZANIA

Zbieżność szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2x-1)^n}{3n-2}$$

↓ Znajdź promień zbieżności

$$R = \frac{1}{2}$$

$R = 0,5, R = 2^{-1}$

Pokaż etapy rozwiązywania →

Input

convergence $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3n-2}$

Interval of convergence Show plot

$\{x : |1-2x| \leq 1 \text{ and } x \neq 1\}$

|z| is the absolute value of z

Alternate forms

$|1-2x| \leq 1 \wedge x \neq 1$

$x = 0 \vee (x \neq 1 \wedge \operatorname{Re}(x) < 1 \wedge \sqrt{-(\operatorname{Re}(x)-1)\operatorname{Re}(x)} \geq -\operatorname{Im}(x) \wedge \sqrt{-(\operatorname{Re}(x)-1)\operatorname{Re}(x)} \geq \operatorname{Im}(x) \wedge \operatorname{Re}(x) > 0)$

$e_1 \wedge e_2 \wedge \dots$ is the logical AND function
 $\operatorname{Re}(z)$ is the real part of z
 $\operatorname{Im}(z)$ is the imaginary part of z
 $e_1 \vee e_2 \vee \dots$ is the logical OR function

Alternate form assuming x is real

$\sqrt{(2x-1)^2} \leq 1 \wedge x \neq 1$

Solutions

$0 < \operatorname{Re}(x) < 1, -\sqrt{-(\operatorname{Re}(x)-1)\operatorname{Re}(x)} \leq \operatorname{Im}(x) \leq \sqrt{-(\operatorname{Re}(x)-1)\operatorname{Re}(x)}$

$x = 0$

Number line

Sy

Pre Algebra Algebra Pre Calculus **Calculus** Functions Linear Algebra Trigonometry Statistics Physics Chemistry Finance Economics Con

Solutions > Calculus Calculator > Interval of Convergence Calculator > interval of convergence sum from n=1 to infinity of ((2x-1)^n)/(3n-2)

interval of convergence $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3n-2}$ Go

$\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ Steps Examples

interval of convergence $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3n-2}$

Solution

Interval of convergence is $0 \leq x < 1$

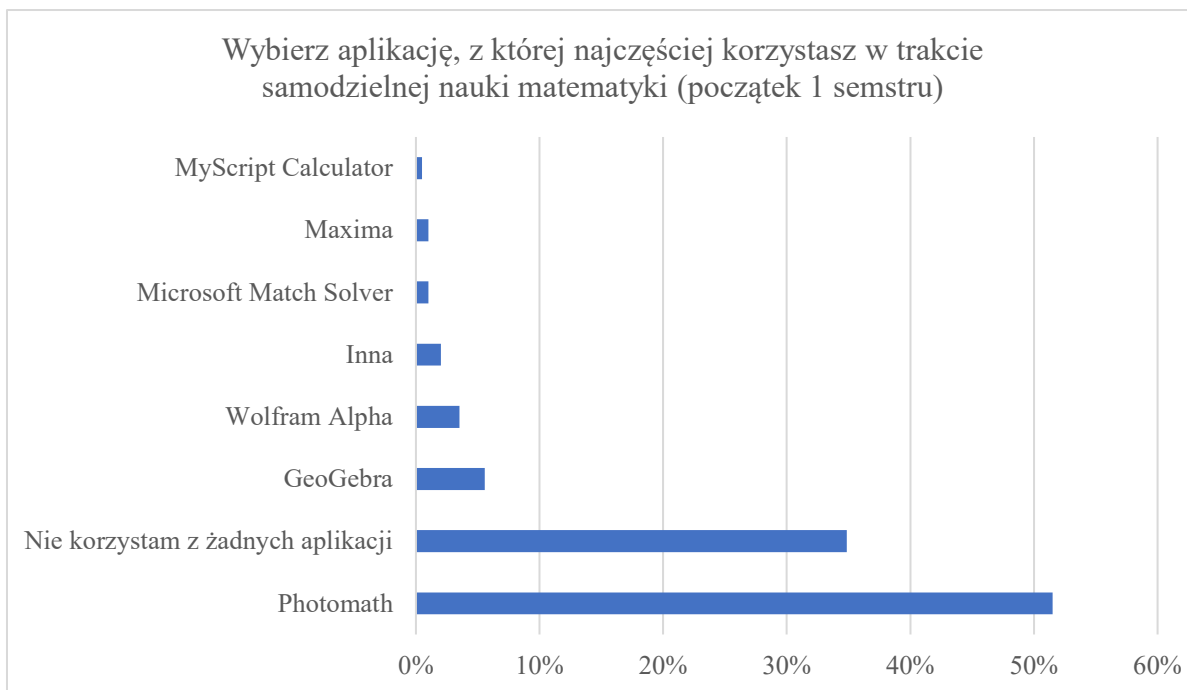
Show Steps

Źródło: zadanie własne rozwiązane za pomocą Photomath, Wolfram Alpha oraz Symbolab.

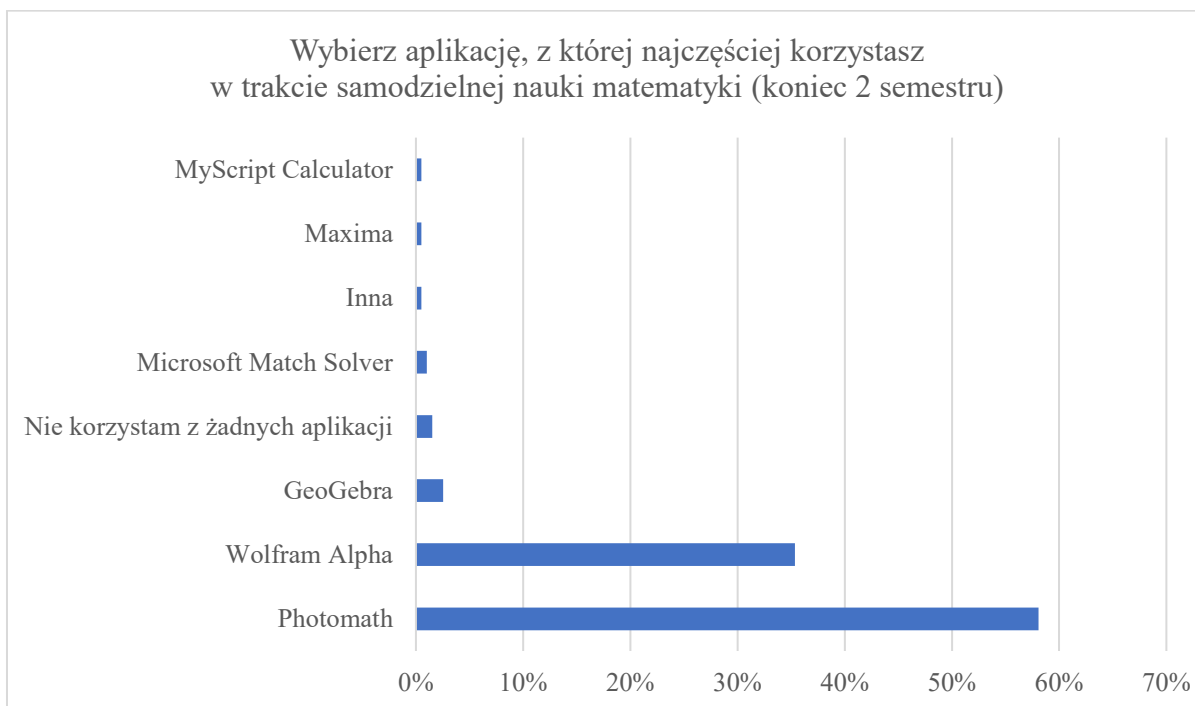
Rysunek 11

Wybrane wyniki ankiety, którą przeprowadzono w roku akademickim 2022/2023 w ramach wykładu z matematyki wśród studentów pierwszego roku studiów inżynierskich

Wyniki ankiety przeprowadzonej na początku pierwszego semestru




Wyniki ankiety przeprowadzonej na końcu drugiego semestru studiów



Źródło: badanie ankietowe oraz opracowanie własne.

Rysunek 12

Przykłady obliczania całki i rozwiązania równania różniczkowego wykonane za pomocą Wolfram Alpha



integrate arcctg x dx from x=0 to 1 ✕ =

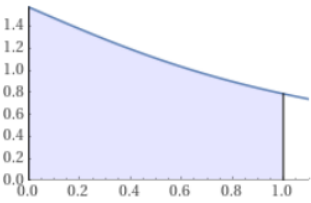
NATURAL LANGUAGE MATH INPUT ★ √ ∂ ∫ (::) √ ∞ ω | ...

Definite integral [More digits](#) Step-by-step solution

$$\int_0^1 \cot^{-1}(x) dx = \frac{1}{4} (\pi + \log(4)) \approx 1.1320$$


$\cot^{-1}(x)$ is the inverse cotangent function
 $\log(x)$ is the natural logarithm

Visual representation of the integral



Indefinite integral Step-by-step solution

$$\int \cot^{-1}(x) dx = \frac{1}{2} \log(x^2 + 1) + x \cot^{-1}(x) + \text{constant}$$



integrate sin x dx from x=0 to pi | ✕ =

NATURAL LANGUAGE MATH INPUT ★ √ ∂f (:=) √ ∫ ∞ ∫ ∑ lim [a,b] ()

□
□°
√□
∛□
∜□
d/d□
d²/d²□
∫□
∫□
∑□
lim □□
[a,b]
()

Input

$\{y''(x) + y(x) = 0, y(0) = 2, y'(0) = 1\}$

ODE names

Autonomous equation

$y''(x) = -y(x)$

[Autonomous equation »](#)

Van der Pol's equation

$y''(x) + y(x) = 0$

[van der Pol's equation »](#)

ODE classification

second-order linear ordinary differential equation

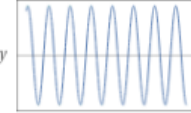
Alternate form

$\{y''(x) = -y(x), y(0) = 2, y'(0) = 1\}$

Differential equation solution Step-by-step solution

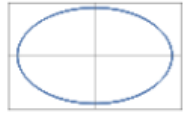
$y(x) = \sin(x) + 2 \cos(x)$

Plots of the solution



y

x



y'

y

Uwaga. Poniżej napisu „WolframAlpha computational intelligence” można wyświetlić pole przypominające mechanizm wstawiania wzorów stosowany w Wordzie. Poniżej treści wprowadzonego zadania znajduje się nie tylko odpowiedź, ale również interpretacja geometryczna problemu oraz możliwość wyświetlenia dodatkowych informacji powiązanych z otrzymanym rozwiązaniem.

Źródło: zadania własne rozwiązane za pomocą Wolfram Alpha.

Bibliografia

Dolata, R. i Sitek, M. (2015). *Egzaminy zewnętrzne w polityce i praktyce edukacyjnej. Raport o stanie edukacji 2014*. Instytut Badań Edukacyjnych.

<https://depot.ceon.pl/bitstream/handle/123456789/9534/ee-r5-raport-o-stanie-edukacji-2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

GUS. (2023, 15 czerwca). *Szkolnictwo wyższe w roku akademickim 2022/2023 (wyniki wstępne)*.

https://stat.gov.pl/files/gfx/portalinformacyjny/pl/defaultaktualnosci/5488/8/9/1/szkolnictwo_wyzsze_w_roku_akademickim_2022-2023_-_wyniki_wstepne.pdf

Medina Herrera, L., Castro Pérez, J. i Juárez Ordóñez, S. (2019). Developing spatial mathematical skills through 3D tools: augmented reality, virtual environments and 3D printing. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)* 13, 1385–1399. <https://doi.org/10.1007/s12008-019-00595-2>

Quintanilla, J. (2023). *ChatGPT and mathematics*.

<https://meangreenmath.com/2023/03/10/chatgpt-and-mathematics/>

Stańdo, J. (2019). *Trajektorie i walidacja efektów uczenia się w kontekście Polskiej Ramy Kwalifikacji*. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej.

Stańdo, J. i Spławska-Murmyło, M. (2017). *Sposoby kształtowania u uczniów zdolności algorytmicznego rozwiązywania problemów*. Ośrodek Rozwoju Edukacji.